МАТЕМАТИКА

УДК 517.983.2

КОМПЛЕКСНЫЕ СТЕПЕНИ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В Lp-ПРОСТРАНСТВАХ

© 2014 г. А.В. Гиль, В.А. Ногин

Гиль Алексей Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра дифференциальных и интегральных уравнений, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: gil-alexey@yandex.ru.

Ногин Владимир Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра дифференциальных и интегральных уравнений, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: vnogin@math.sfedu.ru.

Исследуются комплексные степени дифференциального оператора (в R^n) $m^2 I + i\frac{\partial}{\partial x_n} + \sum_{k=1}^{n-1}(1-i\lambda_k)\frac{\partial^2}{\partial x_k^2}$, $\lambda_k > 0$. Комплексные степени этого оператора с отрицательной вещественной частью реализованы в виде анизотропных потенциалов $H_\lambda^\alpha\varphi$ с нестандартной метрикой. Указанные потенциалы обобщают хорошо известные параболические потенциалы Джонса – Сэмпсона, которые широко используются в различных задачах анализа и математической физики. Получены $L_p - L_q$-оценки для оператора H_λ^α. В рамках метода аппроксимативных обратных операторов построено обращение потенциалов $H_\lambda^\alpha\varphi$ с плотностями из L_p. Дано также описание образа $H_\lambda^\alpha(L_p)$ в терминах оператора, левого обратного к H_λ^α.

Ключевые слова: *потенциал, комплексные степени, аппроксимативные обратные операторы, мультипликатор.*

Литература

1. *Samko S.G.* Hypersingular Integrals and Their Applications. Analytical Methods and Special Functions. L.; N.Y., 2002. Vol. 5. 376 p.
2. *Nogin V.A., Samko S.G.* Method of approximating inverse operators and its applications to the inversion of potential-type integral transforms // Integral Transforms and Special Functions. 1999. Vol. 6, № 2. P. 89–104.
3. *Ногин В.А., Сухинин Е.В.* Обращение и описание гиперболических потенциалов с L_p-плотностями // Докл. РАН. 1993. Т. 329, № 5. С. 550.
4. *Abramyan A.V., Nogin V.A.* Fractional power of differential operators of the second order with constant coefficients in L_p-spaces // Докл. РАН. 1995. Т. 341, № 3. С. 295.
5. *Ногин В.А., Сухинин Е.В.* Дробные степени оператора Клейна – Гордона // Докл. РАН. 1995. Т. 341, № 2. С. 166.
6. *Karasev D.N., Nogin V.A.* On the boundedness of some potential-type operators with oscillating kernels // Mathematische Nachrichten. 2005. Vol. 278, № 5. S. 554–574.
7. *Заволженский М.М., Ногин В.А.* Аппроксимативный подход к обращению обобщенных потенциалов Рисса // Докл. РАН. 1992. Т. 324, № 4. С. 738.
8. *Abramyan A.V., Nogin V.A.* Integral transforms, connected with fractional powers of nonhomogeneous differential operators in L_p-spases // Integral Transforms and Special Functions. 1994. Vol. 2, № 1. P. 1.
9. *Betilgiriev M.A., Karasev D.N., Nogin V.A.* L_p-L_q-estimates for some potential type operators with oscillating kernels // Fractional Calculus & Applied Analysis. 2004. Vol. 7, № 2. P. 213–241.
10. *Chegolin A.P., Nogin V.A.* Integral transforms related to complex powers of the generalized Schrödinger operator

// Integral Transforms and Special Functions. 2006. Vol. 6, № 17. P. 409–420.

11. *Вожжов Д.В., Ногин В.А.* Комплексные степени некоторых вырождающихся дифференциальных операторов, связанных с оператором Гельмгольца // Диф. уравнения. 2009. Т. 45, № 3. С. 382–390.
12. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М., 1983. 800 с.
13. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Элементарные функции. М., 1983. 752 с.
14. *Голузин Г.М.* Геометрическая теория функций комплексного переменного. М., 1966. 630 с.
15. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, 1987. 688 с.

Поступила в редакцию ***22 сентября 2014 г.***

УДК 517.983

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФУРЬЕ ОДНОЙ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

© 2014 г. М.Н. Гуров

Гуров Михаил Николаевич – младший научный сотрудник, Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО – А, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, 362027; аспирант, кафедра дифференциальных и интегральных уравнений, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: mgurov@inbox.ru.

Установлена формула для преобразования Фурье функции, представимой в виде произведения однородной нулевой степени функции на осциллирующую экспоненту. Для получения указанной формулы используется техника средних на сечениях единичной сферы гиперплоскостями с последующим применением асимптотических представлений для некоторых осцилляторных интегралов. Указанная техника позволяет получить представление для преобразования Фурье упомянутой функции в виде интегралов по конечному отрезку.

Ключевые слова: *преобразование Фурье, однородная функция, средние функции на единичной сфере.*

Литература

1. *Samko S.G.* Hypersingular integrals and their applications // Analytical Methods and Special Functions: Internat. Series. L., 2002. Vol. 5.
2. *Бетилгириев М.А., Карасев Д.Н., Ногин В.А.* $L_p - L_q$-оценки для некоторых операторов типа потенциала с осциллирующими ядрами // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2004. № 2. С. 27–30.
3. *Карапетянц А.Н., Карасев Д.Н., Ногин В.А.* Оценки для некоторых операторов типа потенциала с осциллирующими ядрами // Изв. НАН Армении. 2003. Т. 38, № 2. С. 37–62.
4. *Ногин В.А., Сухинин Е.В.* Дробные степени оператора Клейна – Гордона // Докл. РАН. 1995. Т. 341, № 2. С. 166–168.
5. *Abramyan A.V., Nogin V.A.* Integral transorms, connected with fractional powers of nonhomogeneous differential operators in L_p-spaces // Integral Transforms and Special Functions. 1994. Vol. 2, № 1. P. 1–14.
6. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции / пер. Н.Я. Виленкина : 2-е изд. М., 1973. Т. 1. 296 с.
7. *Miyachi A.* On some estimates for the wave equation in L^p and H^p // J. Fac. Sci. Univ. Tokyo., Sec. IA. 1980. Vol. 27. P. 331–354.
8. *Гуров М.Н.* О гельдеровости обобщенных потенциалов Стрихарца по единичному шару. // Итоги науки. Юг России : материалы мат. форума. Владикавказ, 2013. Т. 8. С. 239–250.
9. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Элементарные функции. М., 1981. 489 с.

Поступила в редакцию ***22 сентября 2014 г.***

УДК 517.9

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ПРОСТРАНСТВАХ ФУНКЦИЙ, СУММИРУЕМЫХ С ПЕРЕМЕННОЙ СТЕПЕНЬЮ

© 2014 г. В.С. Пилиди

Пилиди Владимир Ставрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительного эксперимента, Институт математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета, ул. Мильчакова, 8а, Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: pilidi@sfedu.ru.

Для сингулярного интегрального оператора с кусочно-непрерывными коэффициентами, действующего в пространстве функций, суммируемых с переменной степенью, доказана равносильность фредгольмовости и наличия двух априорных L_p -оценок. Доказательство основано на локальном подходе, позволяющем вывести обратимость локальных представителей (в смысле И.Б. Симоиенко) рассматриваемого оператора из априорных •оценок.

Ключевые слова: *сингулярный интегральный оператор, кусочно-непрерывные коэффициенты, пространство функций, суммируемых с переменной степенью, фредгольмовость, априорная оценка.*

Литература

1. *Пилиди В.С.* Априорные оценки для одномерных сингулярных интегральных операторов с непрерывными коэффициентами // Мат. зам. 1975. Вып. 17, № 6. С. 851–856.
2. *Пилиди В.С.* Априорные оценки для некоторого класса одномерных сингулярных интегральных операторов с разрывными коэффициентами // Мат. зам. 1979. Вып. 26, № 2. С. 227–234.
3. *Пилиди В.С.* Априорные оценки для бисингулярных операторов с непрерывными коэффициентами // Мат. зам. 1991. Вып. 49, № 4. С. 105–109.
4. *Пилиди В.С.* Обобщенная фредгольмовость и априорные оценки для линейных операторов в тензорных произведениях гильбертовых пространств // Мат. зам. 1998. Вып. 64, № 6. С. 902–912.
5. *Пилиди В.С.* Априорные оценки для одномерных сингулярных интегральных операторов в пространствах функций, суммируемых с переменной степенью. М., 2010. 13 с. Деп. в ВИНИТИ 24.08.2010. № 497-В2010.
6. *Пилиди В.С.* Априорные оценки для сингулярных интегральных операторов в пространствах функций, суммируемых с переменной степенью // Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения: тез. докл. междунар. конф. Ростов н/Д, 2012. С. 23–24.
7. *Крейн С.Г.* Линейные уравнения в банаховом пространстве. М., 1971. 104 с.
8. *Diening L., Harjulehto P., Hästö P., Růžička M.* Lebesgue and Sobolev Spaces with Variable Exponents. Springer-Verlag, 2011. 526 p.
9. *Kováčik O., Rákosník J.* On spaces $L^{p(x)}$ and $W^{1,p(x)}$ // Czechoslovak Math. J. 1991. Vol. 41 (116). P. 592–618.
10. *Гохберг И. Ц., Крупник Н.Я.* Введение в теорию одномерных сингулярных интегральных операторов. Кишинев, 1973. 426 с.
11. *Kokilashvili V., Samko S.* Singular Integral Equations in the Lebesgue Spaces with Variable Exponent // Proc. A. Razmadze Math. Inst. 2003. Vol. 131. P. 61–78.

Поступила в редакцию ***2 октября 2014 г.***