

## МЕХАНИКА

УДК 539.3

### О КОЛЕБАНИЯХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОЙ ПОРОУПРУГОЙ КОЛОННЫ

© 2014 г. А.О. Ватульян, А.А. Ляпин, Ю.А. Святко

*Ватульян Александр Ованесович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории упругости, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090; заведующий отделом дифференциальных уравнений, Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, 362027, e-mail: vatulyan@math.sfedu.ru.*

*Ляпин Александр Александрович – кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики Южного федерального университета, пр. Стачки, 200/1, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: lyarin@sfedu.ru.*

*Святко Юлия Александровна – магистр, кафедра теории упругости, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: yuliannasvyatko@mail.ru.*

*Изучена задача о колебаниях функционально-градиентной пороупругой колонны в режиме установившихся колебаний. Показана достаточная точность построения решения задачи методом пристрелки и проекционным методом типа Галеркина. При помощи линеаризации исходной системы дифференциальных уравнений сформулированы интегральные соотношения для решения обратной задачи по восстановлению переменного коэффициента проницаемости среды. Проведен ряд численных экспериментов по восстановлению.*

**Ключевые слова:** пороупругость, обратные задачи, численные методы.

#### Литература

1. Bardet J.P. The damping of saturated poroelastic soils during steady-state vibrations // Appl. Math. And Comp. 1995. Vol. 67. P. 3 – 31.
2. Allard J.-F. Propagation of sound in porous media: Modeling sound absorbing materials. London, 1993. 284 p.
3. Leclair P., Horoshenkov K.V., Cummings A. Transverse vibrations of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid // J. Sound and Vibrat. 2001. Vol. 247, № 1. P. 19 – 31.
4. Leclair P., Horoshenkov H.V., Swift M.J. The vibrational response of a clamped rectangular porous plate // J. Sound and Vibrat. 2001. Vol. 247, № 1. P. 19 – 31.
5. Theodorakopoulos D.D., Beskos D.E. Flexural vibrations of poroelastic plates // Acta Mech. 1994. Vol. 103. P. 191 – 203.
6. Cowin S.C. Bone Poroelasticity // J. Biomech. 1999. Vol. 32, № 3. P. 217 – 238.
7. Suh J.K., DiSilvestro M.R. Biphasic poroviscoelastic behavior of hydrated biological soft tissue // J. Appl. Mech. 1999. Vol. 66. P. 149 – 156.

8. Маслов Л.Б., Блескин Е.В., Вихрев С.В. Исследование вынужденных колебаний биомеханической системы «кость-фиксатор» // Биомеханика-2000 : тез. докл. V Всерос. конф. по биомеханике. 29 мая – 2 июня 2000 г., г. Н. Новгород. Н. Новгород, С. 34 – 35.
9. Маслов Л.Б., Ликсонов Д.В. Биомеханические характеристики нижней конечности человека // Математические модели и компьютерное моделирование в биомеханике : учеб. пособие / под ред. А.В. Зинковского и В.А. Пальмова. СПб., 2004. С. 285 – 438.
10. Маслов Л.Б. Резонансные свойства большеберцовой кости в неповрежденном состоянии и с устройством внешней фиксации // Рос. журн. биомеханики. 2003. Т. 7, № 2. С. 20 – 34.
11. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // J. of Applied Physics. 1941. Vol. 12. P. 155 – 164.
12. Ватульян А.О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. М., 2007. 224 с.
13. Ватульян А.О. Интегральные уравнения в обратных задачах определения коэффициентов дифференциальных

операторов теории упругости // Докл. РАН. 2005. Т. 405, № 3. С. 343 – 345.

14. Ватульян А.О., Ляпин А.А. Об обратных коэффициентах пороупругости // Изв. РАН. МТГ. 2013. № 2. С. 114 – 121.

15. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1986. 287 с.

Поступила в редакцию

9 июля 2014 г.

УДК 539.3

## КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА\*

© 2014 г. Д.А. Пожарский, М.В. Бедоидзе

*Пожарский Дмитрий Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики, Донской государственной технической университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов н/Д, 344000, e-mail: reception@dstu.edu.ru.*

*Бедоидзе Мария Васильевна – аспирант, кафедра прикладной математики, Донской государственной технической университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов н/Д, 344000.*

*Исследована трехмерная контактная задача с неизвестной областью контакта для неоднородного упругого полупространства, когда модуль сдвига постоянный, а коэффициент Пуассона зависит от глубины. Дополнительная нормальная сила приложена вне области контакта. При помощи интегрального преобразования Фурье задача сведена к двумерному интегральному уравнению первого рода. Затем для решения использован метод Галанова нелинейных граничных интегральных уравнений типа Гаммерштейна, позволяющий одновременно определить область контакта и давления в этой области. Сделаны расчеты контактного давления и вдавливающей силы для пирамидального штампа при тригонометрических законах изменения коэффициента Пуассона.*

**Ключевые слова:** контактная задача, неоднородное полупространство, коэффициент Пуассона.

### Литература

1. Галанов Б.А. Метод граничных уравнений типа Гаммерштейна для контактных задач теории упругости в случае неизвестных областей контакта // Прикладная математика и механика. 1985. Т. 49, вып. 5. С. 827–835.

2. Borodachev A.N. Rigid punch on an elastic semispace with a depth-varying Poisson ratio // International Applied Mechanics. 1984. Vol. 21, № 8. P. 753–757.

3. Айзикович С.М., Александров В.М., Белоконов А.В., Кренин Л.И., Трубочник И.С. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред. М., 2006. 236 с.

Поступила в редакцию

14 мая 2014 г.