

УДК 515.16 + 515.122.254

О ПАРАКОМПАКТНОСТИ БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЙ

© 2014 г. Аль Нафие Захир Добееас, С.Б. Климентов

Аль Нафие Захир Добееас – аспирант, кафедра геометрии, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090.

Al Nafie Zakhir Dobeas – Post-Graduate Student, Department of Geometry, Faculty of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakov St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia.

Климентов Сергей Борисович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой геометрии, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090; главный научный сотрудник, Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, 362027, e-mail: sklimentov@pochta.ru.

Klimentov Sergey Borisovich – Doctor of Physical and Mathematical Science, Professor, Head of Department of Geometry, Faculty of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakov St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Main Scientific Researcher, Southern Institute of Mathematics of Vladikavkaz Scientific Center RAS, Marcus St., 22, Vladikavkaz, 362027, Russia, e-mail: sklimentov@pochta.ru.

Доказывается критерий паракомпактности бесконечномерного многообразия M со счётной базой, моделируемого в линейном топологическом пространстве L . Установлено, что для паракомпактности необходимо и достаточно, чтобы пространство моделей L было регулярно. Доказывается достаточное условие существования гладкого разбиения единицы на гладком банаховом многообразии со счётной базой. Демонстрируется, что это условие выполнено не всегда.

Ключевые слова: бесконечномерное многообразие, паракомпактность, разбиение единицы.

In the article the criterion of paracompactness of the infinite dimensional manifold M modeled in linear topological space L is proved. It is found that for paracompactness is necessary and sufficient to model space L has been regularly. The sufficient condition of existence of the smooth partition of unity on a smooth Banach manifold is established. It is demonstrated that this condition is not always the case.

Keywords: infinite dimensional manifold, paracompactness, partition of unity.

Литература

1. Ленг С. Введение в теорию дифференцируемых многообразий. М., 1967. 203 с.
2. Bonic R., Frampton J. Differentiable functions on certain Banach spaces // Bull. of the Amer. Math. Soc. 1965. Vol. 71, № 2. P. 393–395.
3. Bonic R., Frampton J. Smooth functions on Banach manifolds // J. of Math. and Mech. 1966. № 5. P. 877–898.

4. Климентов С.Б. Замечание о топологии дифференцируемых многообразий // Всесоюзное совещание молодых учёных по дифференциальной геометрии, посвящённое 80-летию Н.В. Ефимова : тез. докл. 29.09 – 05.10.1990. Абрау-Дюрсо; Ростов н/Д, 1990. С. 44.

5. Klimentov S.B. The remark on paracompactness of the infinite dimensional manifolds // 2nd Gauss Univesität München Symposium : Abstract Book. August 2–7. München, 1993. P. 46.

6. Энгелькинг Р. Общая топология. М., 1986. 751 с.

Поступила в редакцию

11 февраля 2014 г.

УДК 519.7

КОНСТРУКЦИЯ t -УСТОЙЧИВЫХ БУЛЕВЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ С ВЫСОКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ СПЕЦИАЛЬНОГО КЛАССА АЛГЕБРО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОДОВ

© 2014 г. М.С. Горячий, А.Э. Маевский

Горячий Максим Сергеевич – аспирант, кафедра алгебры и дискретной математики, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: h0t-max@yandex.ru.

Goryachiy Maxim Sergeevich – Post-Graduate Student, Department of Algebra and Discrete Mathematics, Faculty of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakov St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: h0t-max@yandex.ru.

Маевский Алексей Эдуардович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра алгебры и дискретной математики, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: tim_org@mail.ru.

Maevskiy Alexey Eduardovich – Candidate of Physical and Mathematical Science, Associate Professor, Department of Algebra and Discrete Mathematics, Faculty of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakov St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: tim_org@mail.ru.

Предлагается алгоритм построения t -устойчивых булевых отображений, основанный на общих подходах Пасалика–Майтры и Камiona–Канте с использованием специального класса алгебро-геометрических кодов типа кодов Рида–Соломона на плоских проективных кривых над конечными полями. Исследуется зависимость характеристик устойчивости и степени нелинейности получающихся булевых отображений от выбираемых помехоустойчивых кодов, вырабатываются общие практические рекомендации по использованию того или иного кода, производится сравнение характеристик некоторых построенных отображений с известными ранее примерами.

Ключевые слова: булева функция, t -устойчивость, нелинейность, помехоустойчивое кодирование, алгебро-геометрические коды, МДР-коды.

The article presents the algorithm for constructing t -resilient Boolean mapping, based on Pasalic–Maitra and Camion–Canteaut approaches, using the special class of algebraic-geometric Reed–Solomon types codes in the plane projective curves over finite fields. The dependence of the resilient and nonlinearity obtained Boolean mappings chosen from the error-correcting codes is investigated. The common practices for the use of a particular code are developed. The characteristics of some of the constructed mapping are compared with the previously well-known examples.

Keywords: Boolean function, t -resilient, nonlinearly, error-correction codes, AG-codes, MDS-codes.

Литература

1. Логачев О.А., Сальников А.А., Яценко В.В. Булевы функции в теории кодирования и криптологии. М., 2004. 470 с.
2. Biham E., Shamir A. Differential cryptanalysis of DES-like Cryptosystems // Advances in Cryptology (CRYPTO'90), LNCS 537. 1990. P. 2 – 21.
3. Siegenthaler T. Correlation-Immunity of Nonlinear Combining Functions for Cryptographic Applications // IEEE Transactions on Information Theory. 1984. IT-30. Vol. 5. P. 776 – 780.
4. Pasalic E., Maitra S. Linear Codes in Generalized Construction of Resilient Functions With Very High Nonlinearity // IEEE Transactions on Information Theory. 2002. Vol. 48, № 8. P. 2182 – 2191.
5. Camion P., Canteaut A. Construction of t -resilient functions over a finite alphabet // Advances in Cryptology (EUROCRYPT 2006). LNCS 1921. 2006. P. 283 – 293.

6. Sarkar P., Maitra S. Construction of nonlinear Boolean functions with important cryptographic properties // Advances in Cryptology (EUROCRYPT 2000). LNCS 1807. 2000. P. 485 – 506.
7. Влэдуц С.Г., Ногин Д.Ю., Цфасман М.А. Алгебро-геометрические коды. Основные понятия. М., 2003. 504 с.
8. Маевский А.Э. Аналог алгоритма Гурусвами–Судана для списочного декодирования специального класса алгебро-геометрических кодов // Информационная безопасность : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф.: в 3 ч. Ч. 1. Таганрог, 2010. С. 226 – 231.
9. Johansson T., Pasalic E. A construction of resilient functions with high nonlinearity // IEEE Transactions on Information Theory. 2003. Vol. 49 (2). P. 494 – 501.
10. Kurosawa K., Satoh T., Yamamoto K. Highly nonlinear t -resilient functions // J. of Universal Computer Science. 1997. Vol. 3, № 6. P. 721 – 729.

Поступила в редакцию

12 декабря 2013 г.

О ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРАХ РАДИАЛЬНОГО ТИПА

2014 г. В.М. Деундяк, Е.И. Мирошникова

Деундяк Владимир Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра алгебры и дискретной математики, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: vlade@math.sfedu.ru.

Deundyak Vladimir Mikhailovich – Candidate of Physical and Mathematical Science, Associate Professor, Department of Algebra and Discrete Mathematics, Faculty of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakov St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vlade@math.sfedu.ru.

Мирошникова Елена Игоревна – аспирант, кафедра алгебры и дискретной математики, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: elenmiroshnikova@gmail.com.

Miroshnikova Elena Igorevna – Post-Graduate Student, Department of Algebra and Discrete Mathematics, Faculty of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakov St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: elenmiroshnikova@gmail.com.

Вводится новый класс псевдодифференциальных операторов радиального типа. Доказывается теорема об ограниченности этих операторов в шкалах соболевских пространств. Для алгебры, порожденной такими операторами с анизотропно радиально слабо осциллирующими характеристиками нулевого порядка, устанавливается связь с классическими псевдодифференциальными операторами и строится символическое исчисление. В терминах символа формулируется критерий фредгольмовости для исследуемых операторов.

Ключевые слова: псевдодифференциальный оператор, класс Хермандера, пространства Соболева, ограниченность, фредгольмовость, символ.

New class of radial type pseudodifferential operators is introduced. The theorem on boundedness of these operators in the Sobolev type scales is proved. For algebra generated by such operators with anisotropically radial slowly oscillated characteristics of zero order the relationship with classical pseudodifferential operators is established and the symbolic calculation is constructed. In terms of symbol for operators under investigation the Fredholm criterion is formulated.

Keywords: pseudodifferential operator, Hermander class, Sobolev space, boundedness, Fredholm property, symbol.

Литература

1. Деундяк В.М., Мирошникова Е.И. Об ограниченности и фредгольмовости интегральных операторов с анизотропно однородными ядрами компактного типа и переменными коэффициентами // Изв. вузов. Математика. 2012. № 7. С. 3 – 17.
2. Пламеневский Б.А. Алгебры псевдодифференциальных операторов. М., 1986. 256 с.

3. Хермандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Т. 3. М., 1986. 696 с.
4. Rabinovich V.S. An Introductory Course on Pseudodifferential Operators. Madrid, 1998. 134 p.
5. Rabinovich V.S., Roch S., Silberman B. Limit Operators and its applications in the operator theory. Boston; Basel; Berlin, 2004. 462 p.
6. Cordess H.O. On compactness of commutators of multiplications and convolutions, and boundedness of pseudodifferential operators // J. Func. Anal. 1975. Vol. 18(2). P. 115 – 131.

Поступила в редакцию

3 декабря 2013 г.

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КАНА–ХИЛЛАРДА С ВЯЗКОСТЬЮ В ПРОСТРАНСТВЕ РАВНОМЕРНО НЕПРЕРЫВНЫХ ОГРАНИЧЕННЫХ ФУНКЦИЙ*

© 2014 г. Х.Г. Умаров

Умаров Хасан Галсанович – кандидат физико-математических наук, доцент, Чеченский государственный университет, ул. Шерипова, 32, г. Грозный, 364907, e-mail: umarov50@mail.ru.

Umarov Khasan Galsanovich – Candidate of Physical and Mathematical Science, Associate Professor, Chechen State University, Sheripov St., 32, Grozny, Chechen Republic, 364907, Russia, e-mail: umarov50@mail.ru.

Для названного в заголовке статьи дифференциального уравнения в частных производных, моделирующего распределение концентрации одной из компонент бинарной смеси, исследуется разрешимость задачи Коши в многомерном евклидовом пространстве сведением к абстрактной задаче Коши в банаховом пространстве. Найден временной отрезок существования классического решения задачи Коши для уравнения Кана–Хилларда с вязкостью в пространстве равномерно непрерывных ограниченных функций и получена оценка нормы этого решения.

Ключевые слова: уравнение Кана–Хилларда с вязкостью, сильно непрерывные полугруппы операторов.

For the partial differential equation named in headline of the article, modeling the distribution of the concentration of one of the two components of binary viscous mixture, solvability of the Cauchy problem in the multidimensional Euclidean space is researched by reducing to the abstract Cauchy problem in Banach space. The period of time of existence of a classical solution of the Cauchy problem is found for the Cahn–Hilliard equation with a viscosity in the space of uniformly bounded continuous functions and an estimate of the solution is acquired.

Keywords: Cahn–Hilliard equation with viscosity, strongly continuous semi-groups of operators.

Литература

1. Novick-Cohen A. On the viscous Cahn–Hilliard equation // *Material Instabilities in Continuum Mechanics and Related Mathematical Problems* / ed. J. Ball. Oxford, 1988. P. 329–342.
2. Lunardi A. *Analytic Semigroups and Optimal Regularity in Parabolic Problems*. Basel, 1995. 424 p.
3. Крейн С.Г. *Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве*. М., 1967. 464 с.
4. Хенри Д. *Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений*. М., 1985. 376 с.
5. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. *Линейные операторы. Общая теория*. М., 1962. 895 с.

6. Красносельский М.А., Забрейко П.П., Пустыльник Е.И., Соболевский П.Е. *Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций*. М., 1966. 500 с.

7. Pazy A. *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations* // *Appl. Math. Sci.* 1983. Vol. 44. 279 p.

8. Appell J., Zabreiko P.P. *Nonlinear superposition operators* // *Cambridge Texts in Mathematics*. 1990. № 95. 320 p.

9. Dragomir S.S. *Some Gronwall Type Inequalities and Applications*. Melbourne City, MC, 2002. 193 p.

Поступила в редакцию

11 февраля 2014 г.