МАТЕМАТИКА

УДК 517.9

ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ И КОМПАКТНОСТИ МНОГОМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ЯДРАМИ

© 2014 г. О.Г. Авсянкин, Л.В. Ульянова

Авсянкин Олег Геннадиевич – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой дифференциальных и интегральных уравнений, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: avsyanki@math.sfedu.ru.

Ульянова Людмила Владимировна – студентка, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: lyu4477@gmail.com.

Рассматриваются многомерные интегральные операторы с периодическими ядрами в L_p-пространствах. Для таких операторов получены достаточные условия на ядро интегрального оператора, обеспечивающие ограниченность в указанных пространствах. Также исследован вопрос о компактности интегральных операторов с периодическими ядрами и переменными коэффициентами. Доказано, что если коэффициент является функцией, стремящейся к нулю на бесконечности, а ядро удовлетворяет некоторому дополнительному условию, то оператор является компактным. Кроме того, выделен широкий класс периодических ядер, для которых условия теоремы об ограниченности и теорем о компактности заведомо выполнены.

Ключевые слова: *интегральный оператор, периодическое ядро, ограниченность, компактность.*

Литература

1. *Пуляев В.Ф.* Развитие теории линейных интегральных уравнений с периодическими и почти периодическими ядрами: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. СПб., 2001. 315 с.
2. *Пуляев В.Ф., Савчиц Е.Ю.* Об интегральных операторах с периодическими ядрами // Вопросы функц. анализа и мат. физики: материалы науч. конф. Баку, 1999. С. 402–406.
3. *Пуляев В.Ф., Сокол Г.Ф.* О структуре решений линейных однородных интегральных уравнений с периодическими ядрами // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2001. Спец. выпуск. С. 131–132.
4. *Карапетянц Н.К.* Об одном аналоге теоремы Хермандера для областей, отличных от P^n // Докл. АН СССР. 1987. Т. 293, № 6. С. 1294–1297.
5. *Данфорд Н., Шварц Дж.* Линейные операторы. Общая теория. М., 1962. 895 с.
6. *Karapetiants N.K., Samko S.G.* Equations with Involutive Operators. Boston; Basel; Berlin, 2001. 427 p.

УДК 517. 927.35

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ РЕШЕНИЕМ ОБЫКНОВЕННОЙ ЛИНЕЙНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ПАРАМЕТРОМ НА ПОЛУОСИ

© 2014 г. А.И. Вагабов, А.Х. Абуд

Вагабов Абдулвагаб Исмаилович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей алгебры и геометрии, Дагестанский государственный университет; главный научный сотрудник, Южный математический институт ВНЦ РАН, пр. Коста, 93, г. Владикавказ, 362008, e-mail: algebra-dgu@mail.ru.

Абуд Ахмед Ханун – аспирант, кафедра высшей алгебры и геометрии, Дагестанский государственный университет, ул. Гаджиева, 43а, г. Махачкала, 367025, e-mail: ahmed71kvm@yahoo.com.

Рассматривается матричный дифференциальный оператор $L(\boldsymbol{Y}) \equiv \boldsymbol{Y}' - \lambda \boldsymbol{A}(x)Y + \boldsymbol{A}^1(x)Y,\ 0 < x < \infty,$ *в предположении вещественности, различности и отличности от нуля характеристических корней матрицы* $\boldsymbol{A}(x)$. *При условии гладкости* $\boldsymbol{A}(x)$, $\boldsymbol{A}'(x)$ *и суммируемости* $\boldsymbol{A}'(x)$ *установлена формула интегрального преобразования типа Лапласа от решения уравнения* $L(\boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{F}(x)$, *использованная при построении решения соответствующей смешанной задачи для гиперболической системы.*

Ключевые слова: *дифференциальная система, параметр, интеграл типа Лапласа, произвольная функция.*

Литература

1. *Вагабов А.И.* Асимптотика решений обыкновенных линейных дифференциальных систем с параметром на полуоси // Докл. РАН. 2010. Т. 430, № 2. С. 151–153.
2. *Вагабов А.И.* О равносходимости разложений в тригонометрический ряд Фурье и по главным функциям обыкновенных дифференциальных операторов // Изв. АН СССР. Серия мат. 1984. № 3. С. 614–630.

УДК 517.983.2

ОПИСАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ, СВЯЗАННЫХ С ОБОБЩЕННЫМИ ОПЕРАТОРАМИ ШРЕДИНГЕРА

© 2014 г. А.В. Гиль, В.А. Ногин

Гиль Алексей Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент, факультет механики, математики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8А, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: gil-alexey@yandex.ru.

Ногин Владимир Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, факультет механики, математики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8А, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: vnogin@math.sfedu.ru.

Изучаются комплексные степени обобщенного оператора Шредингера с комплексными коэффициентами в главной части. Отрицательные степени этого оператора представлены в виде потенциалов $S_{\bar{\lambda}}^{-\alpha/2}\varphi$ *с нестандартной метрикой. В рамках метода аппроксимативных обратных операторов получены описания функциональных пространств функций из* L_r, *представимых такими потенциалами с плотностями из* L_p.

Ключевые слова: *свёртка, комплексные степени, аппроксимативные обратные операторы, мультипликатор, оператор Шредингера.*

Литература

1. *Samko S.G.* Hypersingular Integrals and their Applications. Analytical Methods and Special Functions. L.; N.Y., 2002. Vol. 5. 376 p.
2. *Samko S.G.* Inversion theorems for potential-type integral transforms in R^n and on S^{n-1} // Integral Transforms and Special Functions. 1993. Vol. 1, № 2. P. 145–163.
3. *Nogin V.A., Samko S.G.* Method of approximating inverse operators and its applications to the inversion of potential-type integral transforms // Integral Transforms and Special Functions. 1999. Vol. 6, № 2. P. 89–104.
4. *Ногин В.А., Сухинин Е.В.* Обращение и описание гиперболических потенциалов с L_p-плотностями // Докл. РАН. 1993. Т. 329, № 5. С. 550.
5. *Ногин В.А., Сухинин Е.В.* Дробные степени оператора Клейна–Гордона // Докл. РАН. 1995. Т. 341, № 2. С. 166.
6. *Karasev D.N., Nogin V.A.* On the boundedness of some potential-type operators with oscillating kernels // Mathematische Nachrichten. 2005. Vol. 278, № 5. P. 554–574.
7. *Заволженский М.М., Ногин В.А.* Аппроксимативный подход к обращению обобщенных потенциалов Рисса // Докл. РАН. 1992. Т. 324, № 4. С. 738.
8. *Abramyan A.V., Nogin V.A.* Integral transforms, connected with fractional powers of nonhomogeneous differential operators in Lp-spases // Integral Transforms and Special Functions. 1994. Vol. 2, № 1. P. 1.
9. *Chegolin A.P., Nogin V.A.* Integral Transforms related to complex powers of the generalized Schrödinger operator // Integral Transforms and Special Functions. 2006. Vol. 6, № 17. P. 409–420.
10. *Карасев Д.Н., Ногин В.А.* Комплексные степени одного неэллиптического дифференциального оператора в L^p-пространствах // Диф. уравнения. 2013. Т. 49, № 10. С. 1316–1320.
11. *Лизоркин П.И.* Обобщенное лиувиллевское дифференцирование и метод мультипликаторов в теории вложений классов дифференцируемых функций // Тр. МИАН. 1969. Т. 105. С. 89–167.
12. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М., 1983.

13. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Элементарные функции. М., 1983.
14. *Голузин Г.М.* Геометрическая теория функций комплексного переменного. М., 1966.

УДК 513.81+519.21

СТОХАСТИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ОСНОВНОЙ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ НЕНУЛЕВОЙ СРЕДНЕЙ КРИВИЗНЫ*

© 2014 г. Д.С. Климентов

Климентов Дмитрий Сергеевич – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель, кафедра геометрии, факультет механики, математики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: dklimentov75@gmail.com.

Приводится стохастический аналог уравнений Гаусса–Петерсона–Кодацци в терминах переходных плотностей и переходных функций диффузионных процессов на регулярной поверхности ненулевой средней кривизны и стохастический аналог глобального варианта основной теоремы теории поверхностей для поверхностей ненулевой средней кривизны, конформно эквивалентных кругу.

Ключевые слова: *уравнения Гаусса–Петерсона–Кодацци, диффузионный процесс, основная теорема теории поверхностей.*

Литература

1. *Peterson K.M.* Über die Biegung der Flächen. Dorpat,1853. 25 s.
2. *Бакельман И.Я.* Дифференциальная геометрия гладких нерегулярных поверхностей // УМН. 1956. Т. 11, № 2(68). С. 67–124.
3. *Каган В.Ф.* Основы теории поверхностей. Т. 1. М., 1947. 512 с.
4. *Векуа И.Н.* Обобщённые аналитические функции. М., 1988. 509 с.
5. *Дынкин Е.Б.* Марковские процессы. М., 1963. 859 с.
6. *Векуа И.Н.* Основы тензорного анализа и теории ковариантов. М., 1978. 296 с.

УДК 519.634

ОБРАЗОВАНИЕ НЕОДНОЗНАЧНОСТЕЙ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНОМ РАЗГОНЕ ПЛАВАЮЩЕГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

© 2014 г. М.В. Норкин, А.А. Яковенко

Норкин Михаил Викторович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, кафедра вычислительной математики и математической физики, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, e-mail: norkin@math.sfedu.ru.

Яковенко Антон Александрович – аспирант, кафедра вычислительной математики и математической физики, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090.

Исследуется совместное движение идеальной несжимаемой однородной жидкости и полностью погруженного в нее эллиптического цилиндра на малых временах. Предполагается, что цилиндр движется из состояния покоя в горизонтальном направлении с постоянным поступательным ускорением и вращается вокруг своей оси с постоянным угловым ускорением. Предложен численно-аналитический метод моделирования таких течений с образованием неоднозначностей на свободной поверхности жидкости.

Ключевые слова: *идеальная несжимаемая жидкость, эллиптический цилиндр, неоднозначности на свободной границе, малые времена, число Фруда.*

Литература

1. *Норкин М.В., Яковенко А.А.* Начальный этап движения эллиптического цилиндра в идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами // Вычисл. математика и мат. физика. 2012. Т. 52, № 11. С. 2060–2070.
2. *Горлов С.И.* Нестационарная нелинейная задача о горизонтальном движении контура под границей раздела двух жидких сред // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 3. С. 37–43.
3. *Жуков М.Ю., Ширяева Е.В.* Использование пакета конечных элементов FreeFem++ для задач гидродинамики, электрофореза и биологии. Ростов н/Д, 2008. 256 с.

УДК 517.956.223

О КВАЗИКОРРЕКТНОСТИ РАЗРЫВНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ МЕМБРАННОЙ ТЕОРИИ ВЫПУКЛЫХ ОБОЛОЧЕК*

© 2014 г. Е.В. Тюриков

Тюриков Евгений Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра геометрии, факультет математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, Ростов н/Д, 344090, e-mail: etyurikov@pochta.ru.

В рамках мембранной теории выпуклых оболочек рассмотрена разрывная граничная задача об определении поля смещений, совместимого с кинематическим условием втулочных связей. Найден геометрический критерий безусловной разрешимости. Дано описание классов оболочек, для которых рассматриваемая задача и задача нахождения поля напряжений, совместимого с физическими краевыми условиями втулочных связей, квазикорректны.

Ключевые слова: *выпуклая оболочка, втулочная связь, задача Римана–Гильберта, квазикорректность.*

Литература

1. *Векуа И.Н.* Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек. М., 1982. 288 с.
2. *Тюриков Е.В.* Краевые задачи теории бесконечно малых изгибаний поверхностей положительной кривизны с кусочно-гладким краем // Мат. сб. 1977. Т. 103 (145), № 3 (7). С. 445–462.
3. *Тюриков Е.В.* Решение смешанной граничной задачи мембранной теории выпуклых оболочек // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2011. № 6. С. 13–18.
4. *Тюриков Е.В.* Об одном классе граничных задач мембранной теории выпуклых оболочек // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2012. № 3. С. 18–24.
5. *Тюриков Е.В.* Геометрический аналог задачи Векуа–Гольденвейзера // Докл. РАН. 2009. Т. 424, № 4. С. 455–458.
6. *Тюриков Е.В.* Об одной граничной задаче мембранной теории выпуклых оболочек // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2012. № 6. С. 38–41.
7. *Тюриков Е.В.* Общий случай смешанной граничной задачи мембранной теории выпуклых оболочек // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2012. № 2. С. 30–35.